びわこ学院大学　令和５年度一般選抜（数学）

受験番号						氏名		選択	

$\boxed{1}$　次の問いに答えよ。

（１）$(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7})$ を計算せよ。

（２）$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

（３）不等式 $x+3<\sqrt{3}(x+1)$ を解け。

$\boxed{2}$　次の問いに答えよ。

（１）10 進数 0.3125 を 2 進法で表せ。

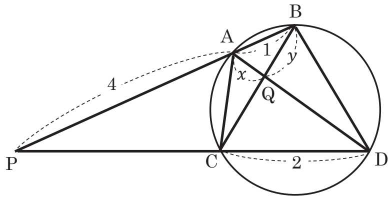
（２）自然数 N を 7 進法と 9 進法で表すと，ともに 2 桁の数であり，各位の数の並びが逆になるという。N を 10 進法で表せ。

びわこ学院大学　令和５年度一般選抜（数学）

受験番号						氏名		選択	

$\boxed{3}$ ６個の値２，６，x，１，９，８からなるデータの平均値と中央値が等しくなるような x の値をすべて求めよ。

$\boxed{4}$ 右の図のように，円の外部の点 P を通る２直線が，円とそれぞれ２点 A，B と２点 C, D で交わっている。線分 AD と線分 BC の交点を Q とし, PA＝4, AB＝1, CD＝2, AQ=x, BQ=y のとき, 次の問いに答えよ。



（１）△ACQ と△BDQ の面積をそれぞれ S_1，S_2 とするとき，$\dfrac{S_1}{S_2}$ の値を，x と y を用いて表せ。

（２）線分 PC の長さを求めよ。

（３）$\dfrac{x}{y}$ の値を求めよ。

正答例＆解説

2023年度 一般選抜【数学】

正答例

1

（1）（与式）$=(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{7})^2$

$=(\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2-7$

$=2+2\sqrt{10}+5-7$

$=2\sqrt{10}$

（2）（与式）$=\dfrac{1\cdot(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}=\dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{1+2\sqrt{2}+2-3}$

$=\dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

（3）$x+3<\sqrt{3}(x+1)$

$x+3<\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

$x-\sqrt{3}x<\sqrt{3}-3$

$(1-\sqrt{3})x<\sqrt{3}-3$

$x>\dfrac{\sqrt{3}-3}{1-\sqrt{3}}$

$x>\dfrac{(\sqrt{3}-3)(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}$

$x>\dfrac{\sqrt{3}+3-3-3\sqrt{3}}{1-3}$

$\therefore\ x>\sqrt{3}$

2

（1）0.3125 に 2 を掛けると　0.625

整数部分 0 が $\frac{1}{2^1}$ の位の数字である。

0.625 に 2 を掛けると　1.25

整数部分 1 が $\frac{1}{2^2}$ の位の数字である。

$(1.25-1)=0.25$ に 2 を掛けると　0.5

整数部分 0 が $\frac{1}{2^3}$ の位の数字である。

0.5 に 2 を掛けると　1

整数部分 1 が $\frac{1}{2^4}$ の位の数字である。

よって，0.3125 を 2 進法で表すと　$0.0101_{(2)}$

（2）求める自然数 N を $N=ab_{(7)}$ とおく。

9 進法にすると各位の数の並びが逆になるから，

$N=ba_{(9)}$

よって，$ab_{(7)}$ と $ba_{(9)}$ は 2 桁の数であり，

底について，$7<9$ であるから，

$$1\leqq a\leqq 6,\ 1\leqq b\leqq 6$$

となる。

$N=ab_{(7)}=7a+b$ …①

$N=ba_{(9)}=9b+a$

この 2 つは等しいから，

$$7a+b=9b+a$$

$$6a=8b$$

$$3a=4b \quad \cdots②$$

ここで，a は $1\leqq a\leqq 6$ の整数で，

②より 4 の倍数であるから，$a=4$ …③

②に代入して，

$$3\cdot4=4b$$

$$\therefore\ b=3 \quad \cdots④$$

これは，$1\leqq b\leqq 6$ を満たす。

よって，③と④を①に代入して，

$$N=7\cdot4+3=28+3=31$$

大問	問	配点	大問	問	配点
1	1	5点	3	1	25点
	2	5点	4	1	5点
	3	15点		2	10点
2	1	10点		3	10点
	2	15点			合計 100 点

3

与えられたデータの平均値は，$\frac{2+6+x+1+9+8}{6}=\frac{x+26}{6}$ である。

また，データの個数は 6 個だから，中央値はデータを小さい順に並べたとき，3 番目と 4 番目の平均値である。

xを除いたデータを小さい順に並べると，1，2，6，8，9 だから，

（ⅰ）$x\leqq2$ のとき，中央値は $\frac{2+6}{2}=4$ であり，

平均値と中央値が等しくなるのは，

$$\frac{x+26}{6}=4$$

$$\therefore\ x=-2$$

これは，$x\leqq2$ を満たす。

（ⅱ）$x\geqq8$ のとき，中央値は $\frac{6+8}{2}=7$ であり，

平均値と中央値が等しくなるのは，

$$\frac{x+26}{6}=7$$

$$\therefore\ x=16$$

これは，$x\geqq8$ を満たす。

（ⅲ）$2<x<8$ のとき，中央値は $\frac{x+6}{2}$ であり，

平均値と中央値が等しくなるのは，

$$\frac{x+26}{6}=\frac{x+6}{2}$$

$$2x+52=6x+36$$

$$-4x=-16$$

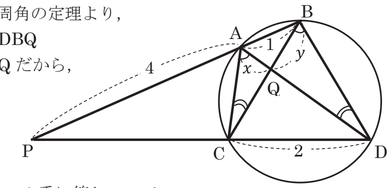
$$\therefore\ x=4$$

これは，$2<x<8$ を満たす。

よって，

$$x=-2,\ 4,\ 16$$

4



（1）△ACQと△BDQにおいて，円周角の定理より，

∠ACQ＝∠BDQ，∠CAQ＝∠DBQ

したがって，△ACQ ∽ △BDQ だから，

$$\frac{AQ}{BQ}=\frac{x}{y}$$

となり，△ACQ と △BDQ の相似比は，$x:y$ である。

相似な図形の面積比は，相似比の 2 乗に等しいので，

$$\triangle ACQ:\triangle BDQ=x^2:y^2$$

よって，△ACQ と △BDQ の面積はそれぞれ S_1，S_2 だから，

$$S_1:S_2=x^2:y^2$$

$$\therefore\ \frac{S_1}{S_2}=\frac{x^2}{y^2}$$

（2）方べきの定理より，PA・PB＝PC・PD　……①

ここで，PB＝PA＋AB＝$4+1=5$ であり，PC＝k とおくと，

PD＝$k+2$ となり，①より，

$$4\cdot5=k\cdot(k+2)$$

整理すると，$k^2+2k-20=0$

解の公式より，$k=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-20)}}{2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{84}}{2}=-1\pm\sqrt{21}$

$k>0$ より，$k=-1+\sqrt{21}$

（3）△QABと△QCDにおいて，円周角の定理より，

∠ABQ＝∠CDQ，∠BAQ＝∠DCQ

したがって，△QAB ∽ △QCDだから，AB：CD＝QA：QC より，

$1:2=x:QC$

$\therefore QC=2x$

また，（2）を用いて，$PD=PC+CD=(-1+\sqrt{21})+2=1+\sqrt{21}$

△BCP と線分 AD について，メネラウスの定理より，

$$\frac{PD}{DC}\cdot\frac{CQ}{QB}\cdot\frac{BA}{AP}=1$$

したがって，

$$\frac{1+\sqrt{21}}{2}\cdot\frac{2x}{y}\cdot\frac{1}{4}=1$$

$$4y=x(1+\sqrt{21})$$

$$\therefore\ \frac{x}{y}=\frac{4}{1+\sqrt{21}}=\frac{4(1-\sqrt{21})}{(1+\sqrt{21})(1-\sqrt{21})}=\frac{4(1-\sqrt{21})}{1-21}=\frac{4(1-\sqrt{21})}{-20}=\frac{1}{5}(\sqrt{21}-1)$$

正答例＆解説　2023年度 一般選抜【数学】

駿台 SUNDAI 大学受験のエキスパート！ が詳しく解説！

攻略ポイント

出題範囲は数学Ⅰ・A、大問4題で記述式。試験時間は60分。2022年度の各大問の出題分野は 1 数と式 2 整数の性質 3 データの分析 4 図形の性質　例年出題範囲から偏りなく出題されるから、どの分野も満遍なく勉強しておこう。
問題の難易度は教科書章末問題レベルである。教科書の章末問題が自力で解けるようになるまで演習を積もう。また、記述式であるので、答えを求めるだけではなく、思考過程をわかりやすく記述する練習もしておこう。

1

（1）分配法則を用いて展開してもよいが、$\{(\sqrt{2}+\sqrt{5})+\sqrt{7}\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{7}\}$ と変形して、公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を用いて展開すると楽に計算できる。

（2）1回の操作では有理化できないので、2回に分けて行おう。まず
$\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}=(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2=2\sqrt{2}$
に注目して、分母分子に $1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ を掛ける。その後、分母分子に $\sqrt{2}$ を掛けるとよい。

（3）$(1-\sqrt{3})x<\sqrt{3}-3$ と変形した後、両辺を $1-\sqrt{3}$ で割る際に、$1-\sqrt{3}<0$ であるから不等号の向きが変わることに注意しよう。

2

（1）例えば、2進法で $0.abc_{(2)}$（a, b, c は0または1）と表された数は、$\frac{a}{2}+\frac{b}{2^2}+\frac{c}{2^3}$ の意味である。よって

$0.3125=\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\frac{a_3}{2^3}+\cdots$ を満たす $a_1, a_2, a_3, \cdots$（$a_1, a_2, a_3, \cdots$ は0または1）を求めればよい。

$0.3125=\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\frac{a_3}{2^3}+\cdots$ の両辺に2を掛けると、$0.625=a_1+\frac{a_2}{2}+\frac{a_3}{2^2}+\cdots$ であるから、a_1 は0.625の整数部分である。
よって、$a_1=0$ である。このとき、$0.625=\frac{a_2}{2}+\frac{a_3}{2^2}+\frac{a_4}{2^3}+\cdots$ であり、これの両辺に2を掛けると a_2 は1.25の整数部分である。よって、$a_2=1$ である。以下、これを順に繰り返すと
$1.25=1+\frac{a_3}{2}+\frac{a_4}{2^2}+\cdots$ より　$0.25=\frac{a_3}{2}+\frac{a_4}{2^2}+\cdots$　両辺に2を掛けると、$0.5=a_3+\frac{a_4}{2}+\cdots$　よって、$a_3=0$
$0.5=\frac{a_4}{2}+\frac{a_5}{2^2}+\cdots$　両辺に2を掛けると　$1=a_4+\frac{a_5}{2}+\cdots$　よって　$a_4=1$
$0=\frac{a_5}{2}+\cdots$ であるから、a_5 以降はすべて0である。したがって　$0.3125=0.0101_{(2)}$
このように、ただ計算方法を覚えるだけではなく、理屈を理解した上で計算できるようにしておこう。

（2）与えられた条件を素直に立式して考えよう。自然数 N は7進法と9進法で表すと、ともに2桁の数であり、さらに各位の並びが逆であるから

$N=ab_{(7)}=ba_{(9)}$（$1\leqq a\leqq 6$、$1\leqq b\leqq 6$）

と表せる。$ab_{(7)}$ を10進法で表すと $7a+b$、$ba_{(9)}$ を10進法で表すと $9b+a$ であるから $7a+b=9b+a$ である。
あとは、これを満たす整数 a, b（$1\leqq a\leqq 6$、$1\leqq b\leqq 6$）を求めればよい。

3

平均値と中央値を計算し、それらが等しくなるような x を求める。
6個のデータの平均値は、$\frac{2+6+x+1+9+8}{6}=\frac{x+26}{6}$ である。
6個のデータの中央値はデータを小さい順に並べたとき、3番目と4番目の平均値である。x の値によって場合分けして中央値を求めることがポイントである。x を除く5個のデータを小さい順に並べると、1，2，6，8，9であるから、

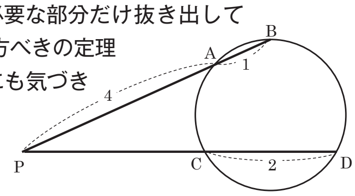
(i)　$x\leqq 2$ のとき、中央値は $\frac{2+6}{2}=4$
(ii)　$2<x<8$ のとき、中央値は $\frac{x+6}{2}$
(iii)　$8\leqq x$ のとき、中央値は $\frac{6+8}{2}=7$

となる。

4

（1）$\triangle ACQ \backsim \triangle BDQ$ に気づくことができるかがポイントである。$\triangle ACQ$ と $\triangle BDQ$ の相似比は $x : y$ であるから、面積比は $x^2 : y^2$ である。

（2）$PC=k$ とおき、方べきの定理を用いればよい。
右の図のように、必要な部分だけ抜き出して図を描き直せば、方べきの定理が適用できることにも気づきやすいだろう。



（3）$\triangle QAB \backsim \triangle QCD$ に注目し QC を x で表し、$\triangle BCP$ と線分 AD において、メネラウスの定理を用いればよい。その際、PD の長さが必要になるが、これは（2）の結果から求めることができる。